

# 基于外接圆方法的点云法向量提取

李莹莹 张志毅 袁林

西北农林科技大学信息工程学院, 陕西 杨凌 712100

**摘要** 在线结构光测量中,为快速准确地提取点云的法向量,提出了一种外接圆方法。通过图像细化法求得光条纹初值中心点集,然后判定相邻三点是否共线:若共线,该点初始法线垂直于该直线;否则,这三点可以确定一个外接圆,连接外接圆心坐标和该点坐标得到该点的初始法向量。为减震荡,需对相邻三条初始法向量做平均,得到最终法向量。通过与Hessian矩阵法和Sobel梯度法进行对比,表明该方法能够准确提取法向量,且处理一幅 $320\text{ pixel} \times 240\text{ pixel}$ 的图像的时间低于 $8\text{ ms}$ ,能够满足实时性要求。

**关键词** 测量;线结构光测量;法向量提取;Sobel梯度;Hessian矩阵;外接圆

**中图分类号** TP391.41 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP51.061205

## Extraction of Point Cloud Normal Vector Based on Circumcircle Method

Li Yingying Zhang Zhiyi Yuan Lin

College of Information Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China

**Abstract** In linear structured light measurement, in order to extract the point cloud normal vector quickly and accurately. A circumcircle extraction method is presented. Every three consecutive points are collinear or not is determined after the initial light stripe centers have been obtained by refining method. If they are collinear, the normal slope can be calculated by the points. Else, the three points determine a circle. The normal can be gotten by connecting the circle center and the initial center point. In order to reduce the shock, the average value of each three normals are calculated as the last normal. Experimental results show that the presented method can accurately extract the normal in comparison with Hessian matrix method and Sobel gradient method, and the time to process a  $320\text{ pixel} \times 240\text{ pixel}$  image is less than  $8\text{ ms}$ , which can meet the real-time requirements.

**Key words** measurement; linear structured light measurement; normal extraction; Sobel gradient; Hessian matrix; circumcircle

**OCIS codes** 120.5820; 140.3460; 240.3695; 240.6700

## 1 引言

线结构光测量由于其成本低、体积小、质量轻、方便灵活等特点,在三维测量与检测中获得了广泛的应用。线结构光测量是基于激光三角法原理的一种非接触式测量,在条纹图像中获取的线条中心将直接影响物体表面坐标的测量精度<sup>[1]</sup>。在线结构光测量中使用单色激光器,它的出射光强在其截面上一般可认为服从高斯分布,光条截面中心部位能量高,而边缘能量低,理想情况下,可认为灰度值最大处为光条中心<sup>[2]</sup>。

当被测物体表面曲率变化较大时,为了得到精确的光条中心,需要得到光条图像的法线,在法线方向进

收稿日期: 2013-12-17; 收到修改稿日期: 2014-01-10; 网络出版日期: 2014-04-10

基金项目: 国家863计划(2013AA10230402)、国家自然科学基金(61202188)、陕西省科技计划项目(2012NKC01-20)、中央高校西北农林科技大学基本科研业务费(QN2013054)

作者简介: 李莹莹(1988—),女,硕士研究生,主要从事计算机图形学方面的研究。E-mail: 768589089@qq.com

导师简介: 张志毅(1974—),男,博士,副教授,主要从事计算机图形学、数字几何处理、机器视觉、精密仪器设计等方面的研究。E-mail: 815802490@qq.com(通信联系人)

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 [www.opticsjournal.net](http://www.opticsjournal.net)

一步求解光条中心。所以,在线结构光测量中,准确快速地提取点云的法线方向,对提取精确的条纹中心有重要意义。

另外,精确和高质量的基于点的绘制方法和许多表面重建算法也需要借助于精确的法向量来得到精确的重建结果。尤其是对于需要进行法向量聚合的重建算法,如多层次单位划分(MPU),隐式曲面重建算法,尖锐特征的检测和恢复将完全依赖于可靠和精确的法向量。如果能够得到正确的法向量,即使是含有大量噪声和外点的点云的几何外形也能被感知<sup>[9]</sup>。

然而,相对于基于点的图形学领域的其他基础问题来说,法向量的精确提取一直很少被关注,目前常用的点云提取方法有Hessian矩阵法和Sobel梯度法,但是二者不能兼顾效率和精度问题,因此研究精确快速提取点云法线的方法有重要意义。

## 2 现有方法分析

### 2.1 Hessian 矩阵法

Steger<sup>[4,5]</sup>利用Hessian矩阵得到图像中光条纹的法线法向,在光条图像中Hessian矩阵的表示为

$$H(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial y^2} \end{bmatrix} \otimes z(x,y) = \begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} \\ r_{xy} & r_{yy} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中  $g(x,y)$  是二维高斯卷积模板,作用是为了突出光条的灰度分布特征。 $z(x,y)$  是以图像点  $(x,y)$  为中心,大小与二维高斯卷积模板相等的图像矩阵。图像中点的法线方向由该点的Hessian矩阵的最大特征值对应的特征向量给出。然后在法线方向上利用泰勒展开求出光条纹中心的亚像素位置。

Hessian矩阵法具有精度高,稳健性好等优点。但是,根据(1)式,用该方法提取点云法线,至少需要5次高斯卷积,计算量非常大,难以实现法线的快速提取。

### 2.2 Sobel 梯度法

熊会元等<sup>[6]</sup>提出了用灰度梯度法与Bazen<sup>[7]</sup>方法计算条纹法向的方法。设  $f(i,j)$  为初值条纹上中心点邻域内  $(i,j)$  点的灰度值,则该点处条纹方向计算如下。

计算点  $(i,j)$  的梯度矢量:

$$[G_x, G_y]^T = \left[ \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T. \quad (2)$$

1) 采用Sobel梯度算子计算  $(i,j)$  点在  $x$  方向与  $y$  方向上的梯度  $G_x$  与  $G_y$ , 其算子如图1所示。

(a)	<table border="1" style="display: inline-table; text-align: center;"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>-2</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1	2	0	-2	1	0	-1
1	0	-1								
2	0	-2								
1	0	-1								

(b)	<table border="1" style="display: inline-table; text-align: center;"><tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td></tr></table>	1	2	1	0	0	0	-1	-2	-1
1	2	1								
0	0	0								
-1	-2	-1								

图1 Sobel算子。(a)  $x$  方向模板; (b)  $y$  方向模板

Fig.1 Sobel operator. (a) Template in direction  $x$ ; (b) template in direction  $y$

2) 采用Bazen方法计算光条在点  $(i,j)$  处的法向。

取以  $(i,j)$  为中心的  $w \times w$  子块,计算点  $(i,j)$  的方向  $\theta(i,j)$ :

$$v_x(i,j) = \sum_{u=i-\frac{w}{2}}^{i+\frac{w}{2}} \sum_{v=j-\frac{w}{2}}^{j+\frac{w}{2}} [G_x^2(u,v) - G_y^2(u,v)], \quad (3)$$

$$v_y(i,j) = \sum_{u=i-\frac{w}{2}}^{i+\frac{w}{2}} \sum_{v=j-\frac{w}{2}}^{j+\frac{w}{2}} 2G_x(u,v)G_y(u,v), \quad (4)$$

$$\theta(i,j) = \frac{1}{2} \arctan \frac{v_y(i,j)}{v_x(i,j)}, \quad (5)$$

式中  $G_x \neq 0$  且  $G_y \neq 0$ 。如果  $G_x$  或  $G_y$  为 0, 则其方向角为 0。

这样光条在点  $(i,j)$  处的法向为

$$T(i,j) = \theta(i,j) + \pi/2. \quad (6)$$

然后在法线方向上用灰度重心法求得精确的光条纹中心。

### 3 外接圆方法

为了兼顾效率和精度问题, 本文提出了一种外接圆提取方法。该方法基于的原理是: 不共线的三点能确定一个圆, 连接圆心和圆上的任一点得到的连线, 必然与该点所在的圆弧垂直。外接圆法的步骤分为两步: 1) 对图像进行灰度化和高斯滤波, 2) 用大津阈值法对图像进行阈值分割。大津阈值法的基本思想为: 记  $\mu$  为区域内部前景与背景的分割阈值, 前景点数占图像比例为  $\alpha_0$ , 平均灰度为  $\beta_0$ ; 背景点数占图像比例为  $\alpha_1$ , 平均灰度为  $\beta_1$ , 图像的总平均灰度为  $\beta = \alpha_0 \times \beta_0 + \alpha_1 \times \beta_1$ 。从最小灰度值到最大灰度值依次遍历  $\mu$ , 当  $\mu$  使得类间方差值  $g = \alpha_0 \times (\beta_0 - \beta) + \alpha_1 \times (\beta_1 - \beta)$  最大时,  $\mu$  即为分割的最佳阈值。阈值分割的结果如图 2 所示。

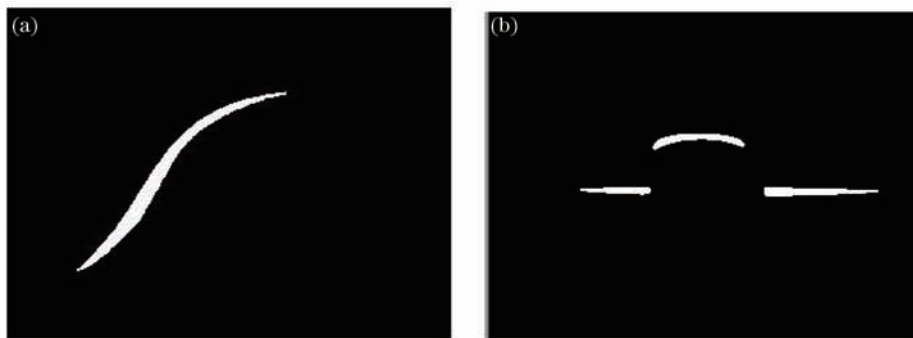


图 2 阈值分割结果图

Fig.2 Results of threshold segmentation

对阈值分割后的图像用 Hildith 细化方法进行细化, 得到光条中心初值, 如图 3 所示。

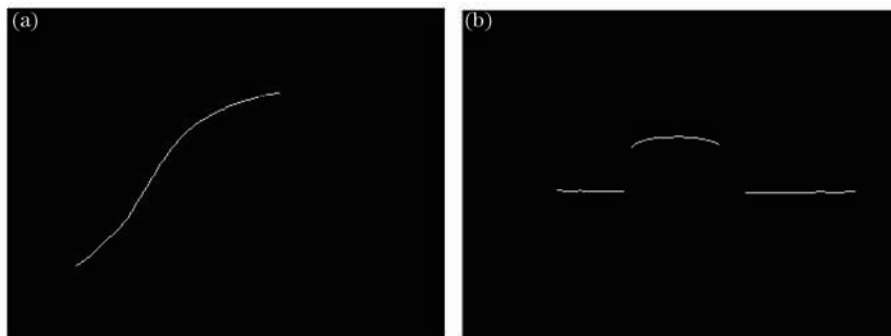


图 3 Hildith 细化法的结果图

Fig.3 Results of Hildith refining method

设提取的中心点坐标为  $(x_i, y_i)$ , 个数为  $t$ 。

首先判断三个连续的点  $(x_{i-1}, y_{i-1})$ ,  $(x_i, y_i)$  和  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  是否共线, 分三种情况:

1)  $x_{i-1} = x_i = x_{i+1}$ ,  $1 < i < t$ ,

此时, 点  $(x_i, y_i)$  的法线为过该点与  $x$  轴平行的直线。  $i = 1$  或  $i = t$  时, 点  $(x_i, y_i)$  的法线也是与  $x$  轴平行的直线。

2)  $y_{i-1} = y_i = y_{i+1}$ ,  $1 < i < t$ ,

此时, 点  $(x_i, y_i)$  的法线为过该点与  $y$  轴平行的直线。  $i = 1$  或  $i = t$  时, 点  $(x_i, y_i)$  的法线也是与  $y$  轴平行的

直线。

3)  $x_{i-1} \neq x_i \neq x_{i+1}, i < 1 < t$ , 并且

$y_{i-1} \neq y_i \neq y_{i+1}, 1 < i < t$ , 用点差法进行判断:

$$k_{i1} = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, 1 < i < t, \quad (7)$$

$$k_{i2} = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}, 1 < i < t. \quad (8)$$

此时又分为两种情况:

1) 如果  $k_{i1} = k_{i2}$ , 表示三点共线, 此时点  $(x_i, y_i)$  的法线为过该点斜率为  $k_i = -\frac{1}{k_{i1}} = -\frac{1}{k_{i2}}$  的直线。  $i = 1$  时, 点  $(x_1, y_1)$  法线斜率为  $k_2$ ;  $i = t$  时, 点  $(x_t, y_t)$  的法线斜率为  $k_{t-1}$ 。

2) 如果  $k_{i1} \neq k_{i2}$ , 表明这三点不共线, 可以确定一个圆, 设圆心坐标为  $(m_i, n_i)$ 。

坐标的计算公式如下:

$$m_i = y_{i-1} - y_{i+1} + \frac{x_i^2 - x_{i-1}^2}{y_i - y_{i-1}} - \frac{x_{i+1}^2 - x_i^2}{y_{i+1} - y_i}, \quad (9)$$

式中  $1 < i < t$ 。

$$n_i = \frac{y_{i-1} + y_i}{2} - \left( m_i - \frac{x_{i-1} + x_i}{2} \right) \cdot \frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}, \quad (10)$$

式中  $1 < i < t$ 。

$i = 1$  时, 点  $(x_1, y_1)$  对应的圆心坐标为  $(m_2, n_2)$ ;  $i = t$  时, 点  $(x_{t-1}, y_{t-1})$  对应的圆心坐标为  $(m_{t-1}, n_{t-1})$ , 连接  $(x_i, y_i)$  和  $(m_i, n_i)$  就得到该点的法线。

用上述方法求得的法线可能会出现交叉, 如图 4 所示。所以需要进一步处理, 为了减小各点法线的震荡, 对每三条法线求平均, 设修正后的圆心坐标为  $(m'_i, n'_i)$ , 计算方法如下:

$$m'_i = \frac{(x_i - x_{i-1}) + m_{i-1} + (x_i - x_{i+1}) + m_{i+1} + m_i}{3}, \quad (11)$$

式中  $1 < i < t$ 。

$$n'_i = \frac{(y_i - y_{i-1}) + n_{i-1} + (y_i - y_{i+1}) + n_{i+1} + n_i}{3}, \quad (12)$$

式中  $1 < i < t$ 。

连接  $(x_i, y_i)$  和  $(m'_i, n'_i)$  就得到该点的精确法线。求出法线后, 在法线方向上用灰度重心法求得精确的光条中心。

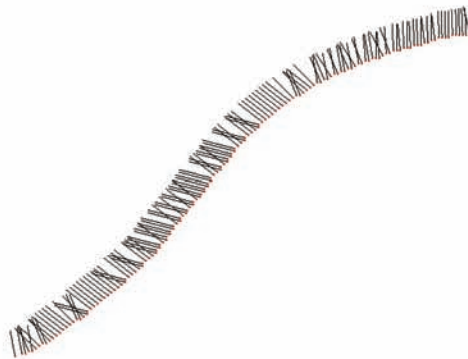


图 4 外接圆方法求得的初始法线

Fig.4 Initial normal get by circumcircle extraction method

## 4 实验结果分析

外接圆方法实现环境: AMD turion 处理器、1 GB 内存、32 位操作系统、WindowsXP 系统、Visual C++6.0 开发环境。光条图像的实验环境为光照度 700 lx 以下, 所用激光器的功率为 50 mW, 波长为 650 nm。图像

大小为  $320 \text{ pixel} \times 240 \text{ pixel}$ 。选择了两幅光条图像,分别用 Hessian 矩阵法、Sobel 梯度法和外接圆方法进行法线提取,其中 Hessian 矩阵法中取  $\sigma = 2.5$ , 高斯卷积模板大小为  $21 \times 21$ 。程序的操作界面如图 5 所示。

两幅图像的提取结果分别如图 6 和图 7 所示。图中红色的是光条纹中心,黑色的线为三种方法求出的每个中心点对应的法线。



图5 操作界面

Fig.5 Operation interface

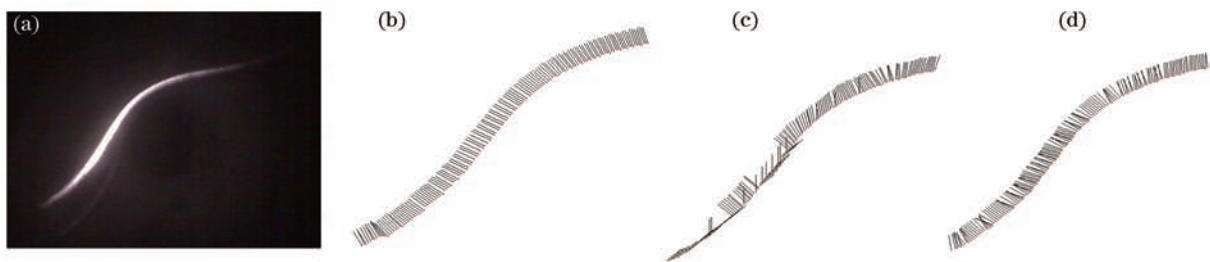


图6 第一幅图像的实验结果。(a) 原始图像;(b) Hessian 矩阵法;(c) Sobel 梯度法;(d) 外接圆法

Fig.6 Result of first image. (a) Original image; (b) Hessian matrix method; (c) Sobel gradient method; (d) Circumcircle method

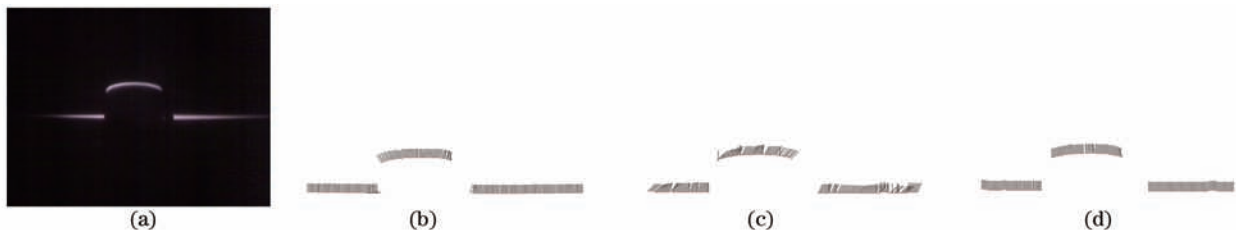


图7 第二幅图像的实验结果。(a) 原始图像;(b) Hessian 矩阵法;(c) Sobel 梯度法;(d) 外接圆法

Fig.7 Result of second image. (a) Original image; (b) Hessian matrix method; (c) Sobel gradient method; (d) Circumcircle method

Hessian 矩阵法至少要进行 5 次大模板高斯卷积,计算量大,所需时间最长;Sobel 梯度法是通过模板运算,计算每点  $x$  方向和  $y$  方向的梯度,计算参数为 9 个,时间比 Hessian 矩阵法有所缩短;外接圆方法采取解析方法,且计算参数比 Sobel 梯度法少,所以所需时间比 Sobel 梯度法更短。三种方法提取法线所需的时间如表 1 所示。

表1 三种方法的时间比较

Table 1 Time comparison of three methods

	Hessian matrix method	Sobel gradient method	Circumcircle method
Time /ms	31	16	8

求出法线后,在法线方向上利用灰度重心法对初值中心点进行修正,第一幅图像提取到 187 个中心点,第二幅图像提取到 237 个中心点。实验表明,Hessian 矩阵法是比较精确的方法,所以令 Sobel 梯度法和外

接圆法求出的中心分别与Hessian矩阵法求出的中心进行比较,将这两种方法得到的中心点的 $x$ 坐标和 $y$ 坐标分别与Hessian矩阵法的相应坐标做差,然后再求出平均误差和最大误差。第一幅图像和第二幅图像的平均误差和最大误差分别见表2和表3。

表2 第一幅图像误差比较

Table 2 Error comparison of the first image

	Average error /pixel	Maximum error /pixel
Sobel gradient method	$x: 0.185, y: 0.714$	$x: 0.518, y: 2.558$
Circumcircle method	$x: 0.053, y: 0.345$	$x: 0.377, y: 1.003$

表3 第二幅图像误差比较

Table 3 Error comparison of the second image

	Average error /pixel	Maximum error /pixel
Sobel gradient method	$x: 0.027, y: 0.786$	$x: 0.075, y: 2.661$
Circumcircle method	$x: 0.003, y: 0.299$	$x: 0.037, y: 1.000$

## 5 结 论

提出了一种外接圆法提取点云法线的方法。通过与Hessian矩阵法和Sobel梯度法的比较,在处理时间上,相同情况下本文方法约为Hessian矩阵法的1/4,约为Sobel梯度法的1/2,证明了其实时性;在精度方面,平均误差和最大误差都小于Sobel梯度法,证明了其准确性。

## 参 考 文 献

- 1 Xu Jingzhu. Research on Methods and Evaluation of Stripe Center Extraction in Structured Light 3D Measurement [D]. Nanjing: Nanjing Agricultural University, 2012.  
徐静珠. 结构光三维测量中光条中心提取方法及其评价的研究[D].南京:南京农业大学, 2012.
- 2 Yang Wei. Research on Method for Extracting Center of Structured Light Stripe [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009.  
杨 尉. 线结构光光条中心提取方法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2009.
- 3 Li Bao, Cheng Zhiquan, Dang Gang, *et al.*. Survey on normal estimation for 3D point clouds [J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(23): 1-7.  
李 宝,程志权,党 岗,等. 三维点云法向量估计综述[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(23): 1-7.
- 4 C Steger. Extracting curvilinear structures: a differential geometric approach [J]. Computer Vision-ECCV'96 Lecture Notes in Computer Science, 1996,1064: 630-641.
- 5 C Steger. An unbiased detector of curvilinear structures [J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(2): 113-125.
- 6 Xiong Huiyuan, Zong Zhijian, Chen Chengpeng. Accurately extracting full resolution centers of structured light stripe [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(5): 1057-1062.  
熊会元,宗志坚,陈承鹏.线结构光条纹中心的全分辨率精确提取[J]. 光学精密工程, 2009, 17(5): 1057-1062.
- 7 Bazen A M, Gerez S H. Systematic methods for the computation of the directional fields and singular points of fingerprints [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(7): 905-918